

RECUPERO

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI CON COEFFICIENTI IRRAZIONALI

1 COMPLETA

Risolvi la disequazione $x - 2\sqrt{3} < \sqrt{3}(x - 1)$.

$$x - 2\sqrt{3} < \sqrt{3}(x - 1)$$

$$x - 2\sqrt{3} < \sqrt{3}x - \dots$$

Elimina le parentesi calcolando il prodotto.

$$x - \sqrt{3}x < +2\sqrt{3} - \dots$$

Applica la regola del trasporto.

$$x(1 - \dots) < +\sqrt{3}$$

Raccogli la x al primo membro e somma i radicali simili nel secondo.

$$\frac{x(1 - \dots)}{1 - \dots} > \frac{\dots \sqrt{3}}{1 - \dots}$$

Dividi entrambi i membri per il coefficiente della x ; poiché è negativo devi cambiare il verso della disequazione.

$$x > \frac{\dots \sqrt{3}}{1 - \dots} \cdot \frac{1 + \dots}{1 + \dots}$$

Razionalizza il radicale nel secondo membro.

$$x > \frac{\dots \sqrt{3} + \dots}{1 - \dots}$$

2 PROVA TU

Risolvi la seguente disequazione:

$$(2 - \sqrt{3})x \geq 2x - \sqrt{3}$$

$$(2 - \sqrt{3})x \geq 2x - \sqrt{3}$$

$$2x - \dots x \geq 2x - \sqrt{3}$$

$$\cancel{2x} - \dots x - \dots \geq -\sqrt{3}$$

$$-\dots x \geq -\sqrt{3}$$

$$\frac{-\dots x}{-\dots} \geq \frac{-\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}$$

$$x \leq \dots$$

3 PROVA TU

Risolvi la seguente equazione fratta:

$$\frac{1}{3} - \frac{x+1}{x+\sqrt{3}} = \frac{x+2\sqrt{3}}{3(x+\sqrt{3})}$$

$$\text{m.c.m.} = 3(x + \dots)$$

$$\text{C.E.: } x + \dots \neq 0 \Rightarrow x \neq \dots$$

$$\frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3}(x + \dots) - \frac{x+1}{\cancel{x+\sqrt{3}}} \cdot \cancel{3}(x + \dots) = \frac{x+2\sqrt{3}}{\cancel{3}(x+\sqrt{3})} \cdot \cancel{3}(x + \dots)$$

$$x + \dots - 3x - \dots = x + 2\sqrt{3}$$

$$\cancel{x} - 3x - \cancel{\dots} = \dots + 3 + 2\sqrt{3}$$

$$-3x = 3 + \dots \sqrt{3}$$

$$\frac{\cancel{-3x}}{\cancel{-3}} = \frac{3 + \dots \sqrt{3}}{-3}$$

$$x = -\frac{3 + \dots \sqrt{3}}{3} \quad \text{soluzione}$$

Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni.

$$4 \quad \frac{x\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}-x$$

$$\left[x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$5 \quad x(1+\sqrt{3}) \leq 3(x+\sqrt{3})$$

$$[x \geq -9 - 6\sqrt{3}]$$

$$6 \quad \frac{x+2}{\sqrt{2}} - \frac{x}{2} \leq \frac{x}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2}$$

$$[x \geq -2\sqrt{2}]$$

$$7 \quad \frac{2x}{\sqrt{5}+1} + \frac{3}{4} \leq \frac{1}{\sqrt{5}-1}$$

$$\left[x \leq \frac{3-\sqrt{5}}{8} \right]$$

ESERCIZI IN PIÙ

ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x .

- 1 $\frac{3x^2 + 5}{x} + x - 1 = \frac{5}{x}$ $\left[0 \text{ non accettabile}; \frac{1}{4} \right]$
- 2 $\frac{8}{x-1} - 3 = \frac{6}{x+1} - \frac{x^2 + x - 3}{x^2 - 1}$ $\left[\frac{7}{2}; -2 \right]$
- 3 $\frac{20}{x^2 - 4} = \frac{5-x}{x+2} + \frac{2x-3}{2-x}$ [impossibile]
- 4 $(x + \sqrt{3})^2 + (x - \sqrt{3})^2 = \frac{10(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})}{3}$ $[\pm 2\sqrt{3}]$
- 5 $\sqrt{3}(x^2 - 1) = \sqrt{2}x^2$ $[\pm \sqrt{3 + \sqrt{6}}]$
- 6 $\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{2}{x} = \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{x}$ $[\pm \sqrt[4]{8}]$
- 7 $\frac{5(x-1)}{x} = \frac{3}{x-2} - \frac{x-13}{4x-2x^2}$ $\left[\frac{11}{5}; \frac{3}{2} \right]$
- 8 $3\left(1 - \frac{1}{1+x}\right) = 1 - \frac{1}{1-x^2}$ $\left[0; \frac{3}{2} \right]$
- 9 $\frac{x^2\sqrt{3} + 1}{x-1} = \frac{2(\sqrt{3} + 3)}{\sqrt{3}}$ [impossibile]
- 10 $\frac{4(x-2)}{5x-26} = \frac{x+2}{x-4}$ $[-14; 6]$
- 11 $\frac{x}{x+3} = \frac{6}{x-3} - \frac{27-x^2}{9-x^2}$ $\left[-3 \text{ non accettabile}; \frac{15}{2} \right]$
- 12 $2x(x-3) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}x^2 - 1\right) + \frac{2x-x^2}{6} = -\frac{1}{3}\left(17x + \frac{21}{2}\right)$ [impossibile]
- 13 $2x + \frac{(x-3)^2}{2} - 6 + \frac{2}{3}(4x-5) = \frac{(1-x)(x+2)}{3} - \frac{1}{6} + 2(x-1)$ $[\pm 2]$
- 14 $x + \frac{19}{25} + 6\left(2 + \frac{x}{5}\right)\left(\frac{1}{5}x - 2\right) = 4 + 2\left(\frac{x}{5} - 6\right) - \frac{6}{25} + 3\left(\frac{x}{5} - 4\right)$ $\left[\pm \frac{5\sqrt{2}}{2} \right]$
- 15 $\frac{(4-x)(x+5)}{6} - \frac{(2-x)(x+1)}{4} = \frac{(3-x)(x+2)}{8} - \frac{(x+1)(x+2)}{6} + \frac{83-x}{24}$ $\left[\pm \frac{5}{3} \right]$
- 16 $\frac{17x-34x^2}{9} + \left(\frac{1}{2} - 2x\right)^2 - \frac{1}{24} = x^2\left(x - \frac{1}{2}\right) - x\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ [impossibile]
- 17 $(1+x)(1-bx) + (1-x)(1+bx) = 2x^2(1+b+b^2)$ $\left[b \neq -1: \pm \frac{1}{1+b}; b = -1: \text{imp.} \right]$

$$18 \quad \frac{a(x^2 + 1)}{a + 1} - 2x = 0$$

$$\left[a = -1: \text{priva di signif.}; a = 0: 0; a \neq 0 \wedge a \geq -\frac{1}{2}: \frac{a+1 \pm \sqrt{1+2a}}{a}; a < -\frac{1}{2}: \text{imp.} \right]$$

$$19 \quad x^2 - \left(\frac{2}{a} - 3\right)x - \frac{3}{a} + \frac{1}{a^2} + 2 = 0$$

$$\left[a = 0: \text{priva di signif.}; a \neq 0: -\frac{2a-1}{a}, \frac{1-a}{a} \right]$$

$$20 \quad \frac{x^2}{a} - 3a = 2x$$

$$[a = 0: \text{priva di signif.}; a \neq 0: -a, 3a]$$

$$21 \quad x^2 - \frac{2x+1}{3} - \frac{x-2a}{a} = x\left(2x - \frac{1}{a}\right)$$

$$\left[a = 0: \text{priva di signif.}; a \neq 0: -\frac{5}{3}, 1 \right]$$

$$22 \quad \frac{x^2}{a^2} = x^2 - \frac{2x}{a^2}$$

$$\left[a = 0: \text{priva di signif.}; a = 1 \vee a = -1: 0; a \neq 0 \wedge a \neq \pm 1: 0, \frac{2}{a^2 - 1} \right]$$

$$23 \quad \frac{x}{3-a} - \frac{2}{a-3} = \frac{x^2 - ax - 12}{a^2 - 9} + \frac{x-2}{a+3}$$

$$[a = \pm 3: \text{priva di signif.}; a \neq \pm 3: 0, -a]$$

$$24 \quad \frac{2x}{a-3x} + \frac{a-3x}{2x} - \frac{5}{2} = \frac{2a^2 - 11ax + 4x^2}{6x^2 - 2ax}$$

$$\left[a = 0: 0 \text{ non accett.}; a \neq 0: \frac{3a}{16}, \frac{a}{2} \right]$$

$$25 \quad \frac{x-3a}{2x+a} + \frac{2x}{2x-a} = 2 - \frac{2x^2 - 5ax + 4a^2}{a^2 - 4x^2}$$

$$[\text{impossibile}]$$

ESERCIZI IN PIÙ

ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

Semplifica le seguenti espressioni. Supponi positivi i fattori letterali che compongono i radicandi.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1} & \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{x+2} \quad \left[\frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right] \\
 \mathbf{2} & \left(\frac{1}{x+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x}+x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x-1}{x} \quad \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{x} \right] \\
 \mathbf{3} & \left(\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{8y}{\sqrt{x}} \right) : \frac{x-2\sqrt{xy}+4y}{\sqrt{y}} - 1 \quad \left[\frac{2\sqrt{xy}}{x} \right] \\
 \mathbf{4} & \frac{x}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{x}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \quad \left[\frac{-2x-2\sqrt{x}}{x-1} \right] \\
 \mathbf{5} & \left[(\sqrt[4]{32x^5y} - \sqrt[4]{2xy^5}) \cdot \frac{\sqrt[4]{8xy^3}}{2x-y} \right]^3 \quad [8xy^3\sqrt{x}] \\
 \mathbf{6} & \sqrt[6]{\frac{a+b}{a^3(a-b)}} \cdot \left[\sqrt[3]{\frac{(a-b)^2}{a^2+ab}} : \sqrt{\frac{a-b}{a^2}} \right] : \sqrt[6]{\frac{a^2}{a+b}} \quad \left[\frac{\sqrt[6]{a^5}}{a} \right]
 \end{array}$$

Semplifica le seguenti espressioni, utilizzando, quando è possibile, le proprietà delle potenze. Supponi che le basi letterali siano positive.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{7} & \frac{(x-1)^{\frac{1}{2}}}{(x-1)^{\frac{1}{2}} + (x+1)^{\frac{1}{2}}} - \frac{(x+1)^{\frac{1}{2}}}{(x+1)^{\frac{1}{2}} - (x-1)^{\frac{1}{2}}} \quad [-x] \\
 \mathbf{8} & \frac{(x+2)^{\frac{1}{2}}(x^2-4)^{-\frac{1}{2}}}{(x-2)^{-1}(x^2-2x)^{-\frac{3}{2}}} : \left(\frac{(x-2)^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} \right)^{-3} \quad \left[(x-2)^{\frac{1}{2}} \right] \\
 \mathbf{9} & \left[\left(\frac{2x-3}{2x+3} \right)^{-\frac{1}{2}} : \left(\frac{6x+9}{4x^2-9} \right)^{-\frac{1}{3}} \right]^3 \cdot \left[\frac{(2x+3)^3}{3^{-2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad \left[(2x-3)^{-\frac{5}{2}} \right] \\
 \mathbf{10} & \left[\left(\frac{ab^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{3}{2}}b^5} \right)^{-\frac{1}{2}} : \left(\frac{a^{\frac{1}{4}}}{b^{-\frac{1}{2}}} \right)^2 \right]^6 : b^{\frac{11}{2}} \quad \left[b^{\frac{1}{2}} \right] \\
 \mathbf{11} & \frac{(ab-b^2)^{\frac{1}{3}}}{(a^2+ab)^{\frac{2}{3}}} : \left[\frac{a+b}{(a-b)^2} \right]^{\frac{1}{3}} : \left[\left(\frac{a^2}{b} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{a+b}{a-b} \right]^{-1} \quad [1]
 \end{array}$$

Risolvi le seguenti equazioni.

$$\mathbf{12} \quad \frac{x\sqrt{5}-\sqrt{3}}{x\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{5x-3}{5x+3} \quad [0]$$

$$13 \quad \frac{(2\sqrt{2}+1)y}{\sqrt{2}} - \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - \frac{y}{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2}+3 \quad [\sqrt{2}+1]$$

$$14 \quad \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{6}+3} + \frac{x\sqrt{3}}{2+\sqrt{6}} - \frac{2x-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{x-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad [\sqrt{2}+\sqrt{3}]$$

$$15 \quad \frac{1}{3-3\sqrt{3}x} + \frac{2\sqrt{3}}{1-3x^2} = \frac{\sqrt{3}}{3+3\sqrt{3}x} \quad \left[\frac{6-7\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$16 \quad \frac{x+3\sqrt{2}}{x^2+2\sqrt{2}x+2} + \frac{\sqrt{2}x}{2(x+\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad [\text{impossibile}]$$

$$17 \quad \frac{4x}{\sqrt{3}x-3} + \frac{2\sqrt{3}x-4}{x^2-2\sqrt{3}x+3} = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad [2(\sqrt{3}-1)]$$

Risolvi i seguenti sistemi.

$$18 \quad \begin{cases} \sqrt{5}x + y = -4 \\ 2x + 2\sqrt{5}y = 0 \end{cases} \quad [-\sqrt{5}; 1]$$

$$19 \quad \begin{cases} \sqrt{2}x + 3y = 3\sqrt{2} - 1 \\ x + y = 2\sqrt{2} - 1 \end{cases} \quad [\sqrt{2}; \sqrt{2} - 1]$$

$$20 \quad \begin{cases} \frac{2\sqrt{3}x+5y}{3} - \frac{y+\sqrt{3}}{2} = \frac{5-3\sqrt{3}}{6} \\ \frac{\sqrt{3}(x-2y)}{2} - \frac{2\sqrt{3}-5y}{3} = \frac{2\sqrt{3}-1}{6} \end{cases} \quad [(\sqrt{3}; -1)]$$

$$21 \quad \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}x = \frac{1}{3}(10\sqrt{3}-5\sqrt{2}x) + 2\sqrt{2}y \end{cases} \quad [(\sqrt{6}; 3)]$$

Risolvi le seguenti disequazioni.

$$22 \quad 2bx + \sqrt{5} < \sqrt{5}bx - 3 \quad (b < 0) \quad \left[x < \frac{5\sqrt{5}+11}{b} \right]$$

$$23 \quad \frac{x}{a-\sqrt{2}} + \frac{1-x}{a+\sqrt{2}} > 0$$

$$\left[a < -\sqrt{2} \vee a > \sqrt{2}, x > \frac{2-\sqrt{2}a}{4}; -2 < a < \sqrt{2}, x < \frac{2-\sqrt{2}a}{4}; a = -\sqrt{2} \vee a = \sqrt{2}, \text{perde di significato} \right]$$

$$24 \quad \frac{\sqrt{2}ax + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{2-x}{\sqrt{2}} \leq a\sqrt{2}$$

$$\left[a < -\frac{\sqrt{3}}{2}, x \geq \frac{2a\sqrt{3}}{2a+\sqrt{3}}; a = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{nessun valore di } x; a > -\frac{\sqrt{3}}{2}, x \leq \frac{2a\sqrt{3}}{2a+\sqrt{3}} \right]$$

ESERCIZI IN PIÙ

ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

Risolvi i seguenti sistemi lineari, utilizzando per ciascuno il metodo che ritieni più opportuno.

$$1 \quad \begin{cases} 2x - y = 3(y + 2) \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 2 \end{cases} \quad [(15; 6)]$$

$$2 \quad \begin{cases} 3x(2y - 2) + 3x - 2y - 6 + 2y = 5(3x - 1) - 2y + 1 + (3x - 1)(2y - 1) \\ 1 - 3x + (3x + 4y - 3)^2 + 1 + 3(x - y) - y = 3x(3x - 2) + 4(2y - 1)(2y + 3x - 2) \end{cases} \quad \left[\left(0; \frac{3}{4} \right) \right]$$

$$3 \quad \begin{cases} \frac{2}{3}x + [(x + 2y)(x - 1) - x^2 + x] = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{y}{2} \right) + y(2x - 2) \\ 2y - \frac{13}{3}x = -3 \end{cases} \quad \left[\left(1; \frac{2}{3} \right) \right]$$

$$4 \quad \begin{cases} \frac{3}{2}x - y + (x - y)^2 - 4xy = \frac{1}{2} + x^2 + y^2 - 6xy \\ \frac{3}{2}(x - 1) - \left(y - \frac{1}{3}x \right) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$5 \quad \begin{cases} \frac{1}{2}(x + y)^2 - \frac{x^2}{2} + \frac{x + y}{2} - \frac{x}{3} - xy = \frac{y^2}{2} - \frac{2}{3}y \\ \frac{x - y}{3} - 1 = -\frac{x + 3y}{2} \end{cases} \quad \left[\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{14} \right) \right]$$

$$6 \quad \begin{cases} (x + 2y)^2 - x(x - 1) - y(1 + 4y) = 3 + 4xy \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{5} = \frac{3}{4}y \end{cases} \quad [(5; 2)]$$

$$7 \quad \begin{cases} (2x - 1)^2 - (x - 2)(4x + 3) = (y - 1)(y + 2) - y^2 \\ \frac{x - 2y}{2} - \frac{1}{4}(2 - x) = \frac{1}{4}(5 - y) \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$8 \quad \begin{cases} \frac{(x + y)[1 - (x - y)] + x^2}{6} + \frac{2}{3} - \frac{y^2}{6} = 2 - \frac{3}{2} + \frac{x + y}{4} \\ \frac{y + 4}{3} = \frac{x - 6}{2} \end{cases} \quad [(6; -4)]$$

$$9 \quad \begin{cases} \frac{1}{2}(x - 2y)(2x - y) - \frac{1}{3}x(3x - 1) = \frac{1}{3}y \left(1 - \frac{15}{2}x + 3y \right) + \frac{5}{6} \\ \frac{1}{2}(3x - 1) - \frac{1}{3}(y - 2x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{6}(2y + 7) \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

Risolvi i seguenti sistemi di equazioni fratte (nelle soluzioni sono omesse le condizioni di esistenza).

$$10 \quad \begin{cases} \frac{x - \frac{1}{2}}{y} + 3 = \frac{4x - 2}{2} - 2x \\ 3x - 2y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$11 \quad \begin{cases} \frac{\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}}{y} + \frac{9}{10} = \frac{\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}}{y} \\ 2(x + y) = 3 \end{cases} \quad \left[\left(2; -\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$12 \quad \begin{cases} \frac{3y - 2}{2x - 1} = 2 \\ \frac{2x - 5}{y - 2} = \frac{2x + 7}{y + 2} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$13 \quad \begin{cases} \frac{3x - 2}{2y - 3} - \frac{3x - 5}{2y + 3} = \frac{54}{9 - 4y^2} \\ \frac{2y - 1}{x} - \frac{6y - 7}{3x - 1} = \frac{8}{x - 3x^2} \end{cases} \quad \left[\left(-2; \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$14 \quad \begin{cases} \frac{2x - 1}{3y + 2} = \frac{2x - 5}{3y - 2} \\ \frac{3y - 4}{4x - 1} = \frac{3y - 10}{4x} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$15 \quad \begin{cases} \frac{2y - 1}{x} = \frac{1 + 2x}{3x} \\ \frac{4}{x + y} = \frac{2}{3} \end{cases} \quad [(4; 2)]$$

ESERCIZI IN PIÙ

LE ESPRESSIONI IRRAZIONALI

Dopo aver eseguito le moltiplicazioni indicate, trasporta fuori dal segno di radice i fattori possibili. Supponi che i fattori che compongono i radicandi siano positivi.

- 1 $\sqrt[4]{4a^3b^2} \cdot \sqrt[3]{4a^2b}; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{9}}x^2 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{27}}x^4y^3. \quad \left[2a \sqrt[12]{4a^5b^{10}}; \frac{x}{3} \sqrt[15]{\frac{x^7y^9}{81}} \right]$
- 2 $\sqrt{\frac{x-2y}{a^2-4b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-2b}{x-2y}} \cdot \sqrt[6]{(x-2y)^5} \quad \left[(x-2y) \sqrt[6]{\frac{1}{(a-2b)(a+2b)^3}} \right]$
- 3 $\sqrt[6]{\frac{1}{x-1}} \cdot \sqrt[3]{(x^2-1)^2} : \sqrt{\frac{x^3+3x-3x^2-1}{x+1}} \quad \left[\frac{x+1}{x-1} \sqrt[6]{x+1} \right]$
- 4 $\sqrt[3]{\frac{1}{2a-1}} \cdot \sqrt{\frac{4a^2-1}{(2a-1)^3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a-1}{2a+1}} \quad \left[\frac{\sqrt[6]{2a+1}}{2a-1} \right]$
- 5 $\sqrt[6]{\frac{a^2-1}{a}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2} + a^2 + 2} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{a^4(a^2-1)^4}} \cdot \sqrt{\frac{a}{a^4-1}} \quad \left[\frac{1}{a(a^2-1)} \sqrt[6]{a^2+1} \right]$
- 6 $\sqrt[6]{(a+b)^5} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} : \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}} \quad \left[(a+b) \sqrt[6]{\frac{1}{a-b}} \right]$
- 7 $\sqrt[3]{a+2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2-4a+4}} \cdot \sqrt[3]{(a^2-4)} \cdot \frac{a^3-8}{a^2+2a+4} \quad \left[\sqrt[3]{(a+2)^2} \right]$

Semplifica le seguenti espressioni con potenze di radicali. Supponi positivi i radicandi letterali.

- 8 $\sqrt[3]{x^2y(x-y)^2(x+y)} \cdot \sqrt{\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}} : (\sqrt[3]{x^3-2x^2y+xy^2})^2 \quad \left[\sqrt[3]{\frac{x+y}{x}} \right]$
- 9 $\sqrt[3]{\frac{x^2+x-6}{x^2-x-6}} \cdot \left(\sqrt{\frac{x+2}{x+3}} \cdot \sqrt{\frac{x-3}{x-2}} \right)^2 \quad \left[\sqrt[3]{\frac{(x^2-x-6)^2}{(x^2+x-6)^2}} \right]$

Semplifica le seguenti espressioni, supponendo verificate le C.E.

- 10 $\sqrt{25a^2+25} - \sqrt{4a^6+4+12a^4+12a^2} - \sqrt{9a^2+9} \quad \left[-2a^2 \sqrt{1+a^2} \right]$
- 11 $(x-y)^{\frac{1}{2}} : \left[(x+y)^{\frac{1}{2}} + (x-y)^{\frac{1}{2}} \right] + (x-y)^{\frac{1}{2}} : \left[(x-y)^{\frac{1}{2}} - (x+y)^{\frac{1}{2}} \right] \quad \text{con } x > y > 0 \quad \left[\frac{y-x}{y} \right]$
- 12 $\left(\frac{3x}{\sqrt{3x+2}} - \sqrt{3x-2} \right) \cdot \left(\sqrt{3x+2} + \frac{3x}{\sqrt{3x-2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3x+2}}{2} - \frac{3x}{\sqrt{3x-2}} \quad \left[-\sqrt{3x-2} \right]$
- 13 $\left(\frac{4a}{\sqrt[3]{a^2b}} + \sqrt[3]{ab^2} \right) \left(\sqrt[3]{a^2b} - \frac{4a}{\sqrt[3]{ab^2}} \right) : (b^2-16) \quad \left[\frac{a}{b} \right]$
- 14 $\sqrt{\frac{a^6+8a^3+12a^4+6a^5}{a-2}} : \sqrt[3]{\frac{a^6+4a^5+4a^4}{a^4+24a^2+16-8a^3-32a}} : \sqrt[6]{\frac{(a^2-4)^5}{a^3}} \quad \left[\sqrt[3]{a^2} \right]$
- 15 $\sqrt[6]{\frac{(2b-1)^4}{2b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4b^2-1}{2b}} : \sqrt[6]{\frac{4b^2+4b+1}{64b^6-8b^3-96b^5+48b^4}} \quad \left[(2b-1) \sqrt{2b-1} \right]$

Semplifica le seguenti espressioni. Supponi positivi i fattori letterali che compongono i radicandi.

$$16 \quad ab \cdot \left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}} - 2 \right) : \left(\frac{2\sqrt{ab}}{a+b} - 1 \right) \quad [-(a+b)\sqrt{ab}]$$

$$17 \quad \frac{2\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{y}}{2\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{7\sqrt{xy}}{4x - y} \quad \left[\frac{\sqrt{xy}}{4x - y} \right]$$

$$18 \quad \frac{2}{a^2} : \left(\frac{\sqrt{a^2+1}-1}{\sqrt{a^2+1}+1} - \frac{\sqrt{a^2+1}+1}{\sqrt{a^2+1}-1} \right) \quad \left[-\frac{\sqrt{a^2+1}}{2(a^2+1)} \right]$$

ESERCIZI IN PIÙ

LE DISEQUAZIONI FRATTE

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche fratte.

- | | | |
|-----------|--|--|
| 1 | $\frac{1-x}{1+x} \leq 0$ | $[x < -1 \vee x \geq 1]$ |
| 2 | $\frac{5-2x}{2+x} < 0$ | $\left[x < -2 \vee x > \frac{5}{2} \right]$ |
| 3 | $\frac{x}{5x+10} \leq 0$ | $[-2 < x \leq 0]$ |
| 4 | $\frac{4}{x} < \frac{1}{2}$ | $[x < 0 \vee x > 8]$ |
| 5 | $\frac{10}{7x} > \frac{5}{14}$ | $[0 < x < 4]$ |
| 6 | $\frac{2}{x} < \frac{4}{3x}$ | $[x < 0]$ |
| 7 | $\frac{6x}{x-1} < 1$ | $\left[-\frac{1}{5} < x < 1 \right]$ |
| 8 | $\frac{x+1}{x-1} > \frac{3}{4}$ | $[x < -7 \vee x > 1]$ |
| 9 | $\frac{3x-1}{2-5x} < 0$ | $\left[x < \frac{1}{3} \vee x > \frac{2}{5} \right]$ |
| 10 | $\frac{x-3}{3x} + \frac{x}{6} \leq \frac{x^2+9}{6x} - \frac{x+3}{x}$ | $\left[-\frac{3}{8} \leq x < 0 \right]$ |
| 11 | $\frac{x-1}{2x} \cdot \frac{1}{2x-2} \leq 2$ | $\left[x < 0 \vee x \geq \frac{1}{8} \wedge x \neq 1 \right]$ |
| 12 | $\frac{6+(3-x)^2}{x+2} - 1 \geq \frac{2-x^2}{-x-2}$ | $\left[-2 < x \leq \frac{15}{7} \right]$ |
| 13 | $x - \frac{1}{2-3x} > \frac{2x-1}{2} + \frac{6x+1}{3x-2}$ | $\left[-\frac{2}{9} < x < \frac{2}{3} \right]$ |
| 14 | $\frac{5x-1}{4x-2} + \frac{2x+1}{2} > \frac{14x+8}{12x-6} + x$ | $\left[x < \frac{1}{2} \vee x > 2 \right]$ |

RECUPERO

LE EQUAZIONI NUMERICHE FRATTE

1 COMPLETA

Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{1}{x}$$

$$\text{m.c.m.} = 3x$$

Determina il m.c.m. e trova le C.E.

$$\text{C.E.: } 3x \neq 0 \Rightarrow x \neq \dots$$

$$\frac{2x-1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3x} = \frac{1}{\cancel{x}} \cdot \cancel{3x}$$

Moltiplica entrambe le frazioni per il m.c.m. e semplifica.

$$2x \dots - \dots = 3$$

Calcola i prodotti.

$$2x \dots - \dots - 3 = 0$$

Porta tutti i termini a sinistra ordinandoli in modo decrescente rispetto a x .

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

Individua i coefficienti a, b, c .

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Calcola il Δ .

$$\Delta = (\dots)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (\dots) = \dots + 24 = 25$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \dots}{4} = \begin{cases} \frac{1 + \dots}{4} = \frac{\dots}{4} = \frac{\dots}{2} \\ \frac{1 - \dots}{4} = \frac{\dots}{4} = \dots \end{cases}$$

Applica la formula $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$.

$$x_1 = \frac{\dots}{2}; x_2 = \dots$$

Scrivi le soluzioni.

2 PROVA TU

Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{x-12}{2x} + \frac{x-2}{2} = 0$$

$$\text{m.c.m.} = 2x$$

$$\text{C.E.: } 2x \neq 0 \Rightarrow x \neq \dots$$

$$\frac{x-12}{\cancel{2x}} \cdot \cancel{2x} + \frac{x-2}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2x} = 0$$

$$x - 12 + x \dots - 2x = 0$$

$$x^2 - \dots - 12 = 0$$

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1)(\dots) = \dots + 48 = 49$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{\dots}}{2 \cdot (\dots)} = \frac{1 \pm \dots}{2} = \begin{cases} \frac{1 + \dots}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots \\ \frac{1 - \dots}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots \end{cases}$$

$$x_1 = \dots, x_2 = \dots$$

Risolvi le seguenti equazioni.

3 $\frac{2x - 1}{x} = \frac{2}{x + 1}$

$$\left[1; -\frac{1}{2} \right]$$

4 $\frac{2x + 1}{6} = \frac{1}{x}$

$$\left[x \neq 0; -2; \frac{3}{2} \right]$$

5 $\frac{2}{x} + \frac{x}{x - 4} = 0$

$$[x \neq 0 \wedge x \neq 4; 2; -4]$$

6 $\frac{x}{x - 1} + \frac{x - 3}{x^2 - 1} = 0$

$$[x \neq \pm 1; -3; 1 \text{ non acc.}]$$

7 $\frac{x + 1}{2} = \frac{x}{2x - 1}$

$$\left[x \neq \frac{1}{2}; 1; -\frac{1}{2} \right]$$

8 $\frac{x + 1}{x} - 2x = \frac{x^2 + 3}{2x} + 4$

$$\left[-1; -\frac{1}{5} \right]$$

RECUPERO

LE EQUAZIONI NUMERICHE INTERE

1 COMPLETA

Risolvi la seguente equazione:

$$2(2 - 3x) - x(3 - 2x) = 0.$$

$$4 - \dots - \dots + \dots = 0$$

Svolgi i calcoli.

$$2x^2 - 9x + 4 = 0$$

Sommando i monomi simili ottieni questa equazione di secondo grado.

$$\Delta = \dots - 4 \cdot \dots \cdot \dots = 49$$

Calcola il discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$x = \frac{\dots \pm \sqrt{\dots}}{2 \cdot \dots} = \begin{cases} 4 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

Calcola le soluzioni applicando la formula risolutiva.

2 PROVA TU

Risolvi la seguente equazione:

$$x(1 + 3x) = 1 - x.$$

$$\dots + 3\dots - 1 + \dots = 0$$

$$3\dots + \dots - \dots = 0$$

$$\Delta = \dots + \dots = 16$$

$$x = \frac{\dots \pm \sqrt{\dots}}{2} \cdot \dots = \begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$$

Risolvi le seguenti equazioni.

3 $\frac{2x+1}{2} + \frac{x^2-4}{12} - x = \frac{3-x^2}{4}$

$$\left[\pm \frac{\sqrt{7}}{2} \right]$$

4 $4(x^2 - 1) = 2(2x + 1) - 3$

$$\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$$

5 $\frac{x^2+2x}{6} + \frac{x^2}{3} = -1$

$$[\emptyset]$$

6 $\frac{x^2+3}{3} = \frac{(x-1)(x+2)}{6} + \frac{4}{3}$

$$[0; 1]$$

7 $x^2 - 3x = \frac{x}{3} - 1$

$$\left[3; \frac{1}{3} \right]$$

8 $(2x + 3)^2 = 4(3x + 4) + 1$

$$[\pm \sqrt{2}]$$

9 $\left(1 - \frac{3}{8}\right)x^2 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16}\right)x + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)x^2$

$$\left[-\frac{1}{8}; 1 \right]$$

RECUPERO

LE EQUAZIONI LETTERALI

1 COMPLETA

Risolvi e discuti la seguente equazione letterale nell'incognita x :

$$ax^2 - (a + 2)x + 2 = 0.$$

$$A = \dots; B = -(a + 2); C = \dots$$

$$\Delta = [-(a + 2)]^2 - 4 \dots \cdot \dots =$$

$$= a^2 + 4a + 4 - \dots = a^2 - \dots + 4 =$$

$$= (a - \dots)^2$$

Individua i coefficienti A, B, C .

Calcola il discriminante $\Delta = B^2 - 4AC$.

$$x = \frac{+(a + 2) \pm \sqrt{(a - \dots)^2}}{2a} = \frac{a + 2 \pm (a - \dots)}{2a} = \begin{cases} \frac{2a}{2a} = 1 \\ \frac{\dots}{2a} = \frac{\dots}{a} \end{cases}$$

Determina le soluzioni con la formula risolutiva.

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}.$$

se $a = 0$, l'equazione diventa

$$-2x + \dots = 0$$

e ha soluzione $x = \dots$

Discuti il coefficiente di x^2 :

se $a = 0$, l'equazione si abbassa di grado;

se $a \neq 0$:

se $\Delta = 0$ cioè $a - \dots = 0$; $a = \dots$

$x_1 = x_2 = \dots$ soluzioni reali e
 $x_1 = 1$ e $x_2 = \dots$

se $a \neq 0$, studia il discriminante:

se $\Delta = 0$, si ottengono due soluzioni reali e coincidenti;

se $\Delta > 0$, allora deve essere $a - \dots \neq 0$; $a \neq \dots$

valgono le soluzioni reali e trovate

se $\Delta > 0$, si ottengono due soluzioni reali e distinte.

In sintesi:

Concludi.

- se $a = 0$, l'equazione è di grado e ha soluzione $x = \dots$;
- se $a = 2$, l'equazione ha due soluzioni reali e $x_1 = x_2 = \dots$;
- se $a \neq 0$ e $a \neq 2$, l'equazione ha due soluzioni reali e $x_1 = 1$ e $x_2 = \dots$.

2 PROVA TU

Risolvi e discuti la seguente equazione letterale nell'incognita x :

$$3a^2x^2 - 4ax + 1 = 0.$$

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \dots$$

$$\frac{\Delta}{4} = (-2a)^2 - \dots (1) = \dots - 3a^2 = a^2$$

$$x = \frac{2a \pm \sqrt{\dots}}{\dots} = \frac{2a \pm \dots}{\dots} = \begin{cases} \frac{\dots}{3a^2} = \frac{1}{\dots} \\ \frac{\dots}{3a^2} = \frac{1}{\dots} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1}{\dots}; x_2 = \frac{1}{\dots}$$

se $3a^2 = 0$, cioè $a = \dots$, l'equazione diventa $1 = 0$, cioè

se $3a^2 \neq 0$, cioè $a \neq \dots$, $\Delta > 0$ e l'equazione ha due soluzioni reali distinte $x_1 = \dots, x_2 = \dots$.

In sintesi:

- se $a = \dots$, equazione impossibile;
- se $a \neq \dots$, soluzioni reali distinte $x_1 = \dots, x_2 = \dots$.

Risolvi le seguenti equazioni.

3 $x^2 - 8ax + 15a^2 = 0$ [3a; 5a]

4 $2x^2 - ax - a^2 = 0$ [$-\frac{1}{2}a; a$]

5 $x(x - a) + 2a^2 + 2a(x - 2a) = 0$ [-2a; a]

6 $x^2 - 3ax - 4a^2 = 0$ [-a; 4a]

7 $x^2 - (a + 2)x + 2a = 0$ [2; a]

8 $x^2 - (a - 1)x - a = 0$ [a; -1]

9 $(b^2 + 1)x^2 = 2(8 - bx^2)$ [$b \neq -1, x_1 = -\frac{4}{b+1}, x_2 = \frac{4}{b+1}; b = -1$, equazione impossibile]

10 $2(a - 1)x^2 + (3a + 1)x + a + 1 = 0$
[$a = 1, x_1 = -\frac{1}{2}; a = -3, x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}; a \neq 1 \wedge a \neq -3, x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{a+1}{1-a}$]

11 $(b - x)(x - a) = -ab$ [0; a + b]

12 $ax(x - 2) - 2 + a = a(x - 2) + a - x$ [$a \neq 0 \wedge a \neq -1, x = 2, x = \frac{a-1}{a}; a = -1, x = 2; a = 0, x = 2$]

13 $ab(x + 1)^2 = x(a + b)^2$
[$a \neq 0 \wedge b \neq 0, x = \frac{a}{b}, x = \frac{b}{a}; a = b = 0$, indeterminata; $(b = 0 \wedge a \neq 0) \vee (b \neq 0 \wedge a = 0), x = 0$]

RECUPERO

RISOLVERE PROBLEMI SU RETTE E SEGMENTI

1 COMPLETA

Scrivi l'equazione della retta che soddisfa le seguenti condizioni:

- a) è perpendicolare alla retta per $A(-1; -2)$ e $B(2; 3)$;
 b) passa per il punto $C(3; -1)$.

$$m_{AB} = \frac{-2 - \dots}{-1 - 2} = \frac{\dots}{-3} = + \frac{\dots}{3}$$

Determina il coefficiente angolare della retta AB utilizzando la formula

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}.$$

$$m = - \frac{1}{\frac{\dots}{3}} = - \frac{3}{\dots}$$

Scrivi il coefficiente angolare della retta perpendicolare ad AB

$$m = - \frac{1}{m_{AB}}.$$

$$y + 1 = m(x - \dots)$$

Scrivi l'equazione della generica retta per $C: y - y_C = m(x - x_C)$.

$$y + 1 = - \frac{3}{\dots}(x - \dots)$$

Scrivi l'equazione della retta per C perpendicolare ad AB .

$$y + 1 = - \frac{3}{\dots}x + \dots$$

$$y = - \frac{3}{\dots}x + \dots - 1$$

$$y = - \frac{3}{\dots}x + \frac{\dots}{\dots}$$

2 PROVA TU

Scrivi l'equazione della retta che soddisfa le seguenti condizioni:

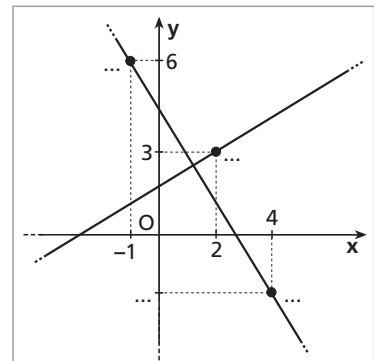
- a) è perpendicolare alla retta per $A(4; -2)$ e $B(-1; 6)$;
 b) passa per il punto $C(2; 3)$.

$$m_{AB} = \frac{6 + \dots}{-1 - 4} = \frac{\dots}{-5} = - \frac{\dots}{5}$$

$$m = - \frac{1}{m_{AB}} = \frac{-1}{-\frac{\dots}{5}} = + \frac{5}{\dots}$$

$$y - 3 = m(x - \dots)$$

$$y - 3 = \frac{5}{\dots}(x - \dots)$$



$$y - 3 = \frac{5}{\dots} x - \dots$$

$$y = \frac{5}{\dots} x - \dots + 3$$

$$y = \frac{5}{\dots} x + \dots$$

Risolvi i seguenti problemi.

3 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(1; 2)$ e parallela alla retta passante per l'origine e per $B(3; 1)$.

$$\left[y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \right]$$

4 Determina il perimetro del triangolo di vertici: $A(3; 2)$, $B(1; -6)$ e $C(5; -4)$.

$$[2(\sqrt{10} + \sqrt{17} + \sqrt{5})]$$

5 Verifica che il triangolo di vertici $A(2; 1)$, $B(7; 6)$ e $C(-1; 9)$ è isoscele e calcolane l'area.

$$\left[CA \cong CB; \frac{55}{2} \right]$$

6 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(-2; 1)$ e perpendicolare alla retta di equazione $2x - 3y + 2 = 0$.

$$\left[y = -\frac{3}{2}x - 2 \right]$$

7 Scrivi l'equazione della retta passante per l'origine e per $A(1; 2)$.

$$[y = 2x]$$

8 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(1; -2)$ e parallela alla retta $2x + 4y - 5 = 0$.

$$\left[y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right]$$

9 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(5; -2)$ e $B(3; 1)$.

$$\left[y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2} \right]$$

10 Dato il segmento AB di estremi $A(-5; 2)$ e $B(1; 3)$, determina la sua lunghezza e le coordinate del punto medio.

$$\left[\overline{AB} = \sqrt{37}; M\left(-2; \frac{5}{2}\right) \right]$$

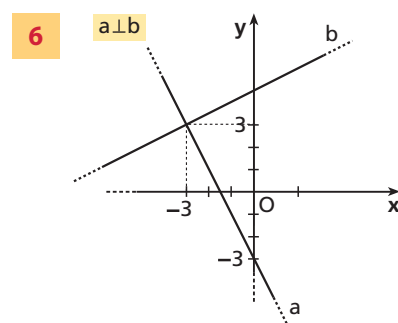
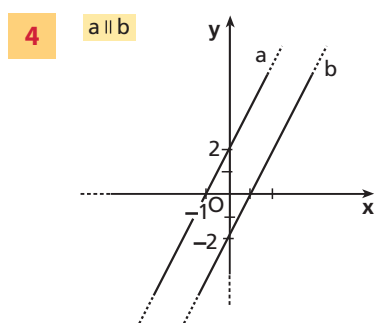
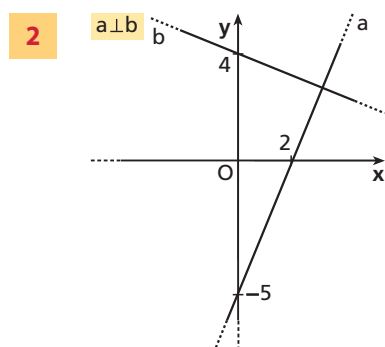
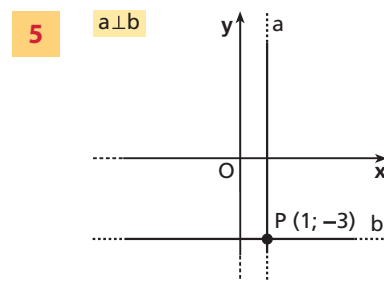
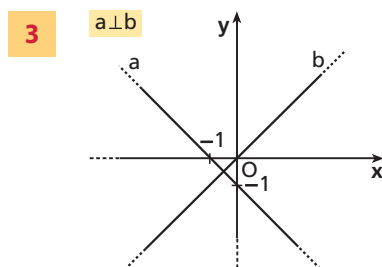
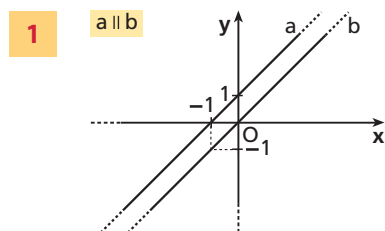
11 Verifica che il triangolo di vertici $A(5; 0)$, $B(-1; 4)$ e $C(3; -2)$ è isoscele.

$$[\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{52}]$$

ESERCIZI IN PIÙ

LE RETTE PARALLELE E LE RETTE PERPENDICOLARI

Scrivi le equazioni delle rette rappresentate in figura.



- 7** Trova per quale valore di a le due rette di equazioni $ax + 2y - 3 = 0$ e $(2a + 1)x + y - 1 = 0$ sono parallele.

$$\left[a = -\frac{2}{3} \right]$$

- 8** Data la retta di equazione $x + y - k + 1 = 0$, trova per quale valore di k essa forma con gli assi cartesiani un triangolo rettangolo ABO con i cateti uguali a 5.

$$[k = 6 \vee k = -4]$$

- 9** Determina per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ l'equazione $(3 - 2a)xy + 2x + (3a - 1)y + 1 = 0$ rappresenta una retta.

$$\left[a = \frac{3}{2} \right]$$

- 10** Per quali valori di a e di b , con a e b numeri reali, il coefficiente angolare della retta passante per $A(a; 2a)$ e $B(b; 2b)$ è uguale a 2?

$$[a \neq b]$$

- 11** Per quale valore di $k \neq -\frac{1}{2}$ la retta passante per $A(k; 0)$ e $B(3k + 1; 1)$ è inclinata di 135° rispetto alla semiretta positiva delle x ?

$$[k = -1]$$

- 12** Scrivi l'equazione della retta passante per l'origine e per il punto $A(-2; 3)$.

$$\left[y = -\frac{3}{2}x \right]$$

- 13** Dopo aver scritto l'equazione della retta r passante per l'origine e per il punto $A(2; 4)$, stabilisci se il punto $B(-3; 6)$ appartiene a r . [$y = 2x$; no]
- 14** Determina il coefficiente angolare della retta passante per i punti $A(3; 0)$ e $B(-2; 5)$ e stabilisci se tale retta risulta parallela alla retta di equazione $y = -x + 5$. [$m = -1$; sì]
- 15** Dopo aver determinato il coefficiente angolare della retta passante per i punti $A(0; -2)$ e $B(2; 4)$, stabilisci se questa è perpendicolare alla retta di equazione $3x - y + 2 = 0$. [$m = 3$; no]
- 16** La retta r ha coefficiente angolare $m = -2$ e passa per il punto $A(4; 1)$. Calcola l'ordinata del punto appartenente a r avente ascissa $x = -3$. [15]
- 17** La retta r è parallela alla retta di equazione $y = 5x - 1$ e passa per il punto $A(-3; 0)$. Calcola l'ascissa del punto di r di ordinata 6. [$-\frac{9}{5}$]
- 18** Determina l'ordinata del punto di ascissa $x = -1$ appartenente alla retta passante per $A(2; 6)$ e perpendicolare alla retta di equazione $x + 3y + 2 = 0$. [-3]

RECUPERO

LE RETTE PARALLELE E LE RETTE PERPENDICOLARI

1 COMPLETA

Scrivi le equazioni delle rette in forma esplicita e indica se le rette sono parallele o perpendicolari.

$$r: 3x - y - 1 = 0; \quad s: 6x - 2y + 4 = 0; \quad t: \frac{1}{3}x + y - 1 = 0.$$

$$r: y = 3x - \dots$$

$$s: 2y = 6x + \dots \rightarrow y = 3x + \dots$$

$$t: y = -\frac{1}{3}x + \dots$$

$$m_r = 3, m_s = \dots, m_t = -\frac{1}{3}$$

$$m_r = \dots \Rightarrow r \parallel \dots$$

$$m_t = -\frac{1}{m_{\dots}} \Rightarrow t \perp \dots$$

$$m_t = -\frac{1}{m_{\dots}} \Rightarrow t \perp \dots$$

Scrivi le equazioni delle tre rette in forma esplicita $y = mx + q$.

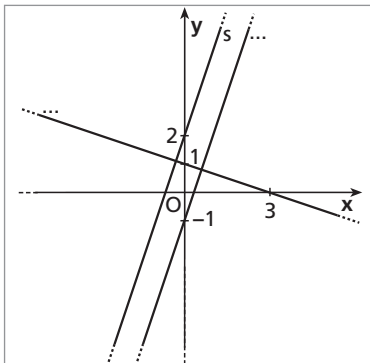
Individua i coefficienti angolari delle tre rette.

Scrivi le relazioni tra i coefficienti angolari e le conseguenti posizioni tra le rette:

$$m_a = m_b \Rightarrow a \parallel b;$$

$$m_a = -\frac{1}{m_b} \Rightarrow a \perp b.$$

Disegna le rette nel piano cartesiano e controlla i risultati ottenuti.



2 PROVA TU

Scrivi le equazioni delle rette in forma esplicita e indica se le rette sono parallele o perpendicolari.

$$r: 2x + 2y - 4 = 0; \quad s: 3x + 3y + 9 = 0; \quad t: x - y + 1 = 0.$$

$$r: 2y = -2x + \dots \rightarrow y = -x + \dots$$

$$s: 3y = -3x - \dots \rightarrow y = -x - \dots$$

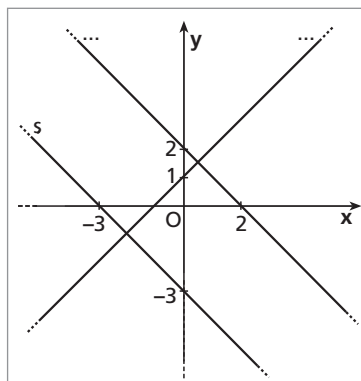
$$t: y = x + \dots$$

$$m_r = -1, m_s = \dots, m_t = +1.$$

$$m_r = m_{\dots} \Rightarrow r \parallel \dots$$

$$m_r = -\frac{1}{m_{\dots}} \Rightarrow r \perp \dots$$

$$m_{\dots} = -\frac{1}{m_s} \Rightarrow \dots \perp s.$$



Rappresenta nel piano cartesiano le seguenti rette e stabilisci se sono fra loro parallele o perpendicolari.

3 $r: y + 2x = 0; \quad s: y + 2x - 3 = 0; \quad t: 2y - x - 4 = 0.$

$$\left[r: y = -2x; s: y = -2x + 3; t: y = \frac{1}{2}x + 2; r \parallel s; r \perp t; s \perp t \right]$$

4 $r: y - 3x + 1 = 0; \quad s: -9x + 3y - 12 = 0; \quad t: 3y + x + 9 = 0.$

$$\left[r: y = 3x - 1; s: y = 3x + 4; t: y = -\frac{1}{3}x - 3; r \parallel s; r \perp t; s \perp t \right]$$

5 $r: y - 2x = 0; \quad s: y - 2x + 2 = 0; \quad t: 2y + x - 3 = 0.$

$$\left[r: y = 2x; s: y = 2x - 2; t: y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$$

6 $r: y - 2x - 1 = 0; \quad s: -4x + 2y - 6 = 0; \quad t: 2y + x = 0.$

$$\left[r: y = 2x + 1; s: y = 2x + 3; t: y = -\frac{1}{2}x; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$$

7 $r: 4x - y + 1 = 0; \quad s: 8x - 2y + 4 = 0; \quad t: \frac{1}{4}x + y - 2 = 0.$

$$\left[r: y = 4x + 1; s: y = 4x + 2; t: y = -\frac{1}{4}x + 2; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$$

8 $r: x + y - 1 = 0; \quad s: 2x + 2y + 5 = 0; \quad t: y - x + 4 = 0.$

$$\left[r: y = -x + 1; s: y = -x - \frac{5}{2}; t: y = x + 4; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$$

9 $r: x - 3y + 2 = 0; \quad s: 2x - 6y - 2 = 0; \quad t: 6x + 2y - 3 = 0.$

$$\left[r: y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}; s: y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}; t: y = -3x + \frac{3}{2}; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$$

10 $r: y - 2x + 5 = 0; \quad s: 2y - 4x - 3 = 0; \quad t: 2y + x - 4 = 0.$

$$\left[r: y = 2x - 5; s: y = 2x - \frac{3}{2}; t: y = -\frac{1}{2}x + 2; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$$

11 $r: x - 2y + 3 = 0; \quad s: 3x - 6y - 2 = 0; \quad t: y + 2x - 2 = 0.$
 $\left[r: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; s: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}; t: y = -2x + 2; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$

12 $r: 3y - x - 3 = 0; \quad s: 6y - 2x + 4 = 0; \quad t: 2y + 6x - 3 = 0.$
 $\left[r: y = \frac{1}{3}x + 1; s: y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}; t: y = -3x + \frac{3}{2}; r \parallel s; t \perp r; t \perp s \right]$

ESERCIZI IN PIÙ

I SISTEMI DI DISEQUAZIONI

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$1 \quad \begin{cases} \frac{28x+6}{x^2-25} + \frac{3x+2}{x+5} > \frac{6x}{2x-10} \\ \frac{x+5}{x^2+2x} - \frac{4}{3x+6} \leq 0 \end{cases} \quad [-2 < x < 0]$$

$$2 \quad \begin{cases} \frac{2}{x+3} > \frac{2x+3}{x^2-9} \\ \frac{x^2+x+5}{x^2+6x+5} \geq 1 \end{cases} \quad [-1 < x \leq 0]$$

$$3 \quad \begin{cases} \frac{2x+5}{x^3+3x^2-4x} \leq \frac{3}{x^2+4x} \\ \frac{8-x}{x^2+17} \geq 0 \end{cases} \quad [x < -4 \vee 0 < x < 1 \vee x = 8]$$

$$4 \quad \begin{cases} \frac{5x^2+6}{x^3-8} < \frac{5}{x-2} \\ \frac{x^2-6x}{7-x} \geq 0 \end{cases} \quad \left[x < -\frac{7}{5} \vee 6 \leq x < 7 \right]$$

$$5 \quad \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+x-12} - \frac{x}{x^2-16} + \frac{4}{2x^2-18} \leq 0 \\ \frac{(2x+7)(2x^2+7)}{(x+10)^4} < 0 \end{cases} \quad [-10 < x < -4]$$

$$6 \quad \begin{cases} (2x-1)^2 - 3x + 4 \leq 4x(x-2) + 5x \\ \frac{x-4}{3} - \frac{1}{6} > \frac{2x-5}{2} \end{cases} \quad \left[\frac{5}{4} \leq x < \frac{3}{2} \right]$$

$$7 \quad \begin{cases} \frac{1}{4} - 3\left(1 - \frac{1}{2}\right)(x+2) \leq \frac{x-5}{6} \\ (x-4)(x+4) - (x+2)^2 \leq 3x-2 \end{cases} \quad \left[x \geq -\frac{23}{20} \right]$$

$$8 \quad \begin{cases} \left(\frac{5}{3} - 2\right)^2(x+4) - \frac{3x-2}{3} > \frac{x+1}{9} \\ 2(x-3)(x+1) - 2x(x+5) < (x+1)^2 - x^2 \end{cases} \quad \left[-\frac{7}{16} < x < 1 \right]$$

$$9 \quad \begin{cases} (x-2)^2 + 3x - 4 > x^2 - x - 2 \\ \frac{3x-4}{5} - \left(2 - \frac{1}{3}\right) \frac{3x-3}{10} \leq -x+2 \end{cases} \quad \left[x \leq \frac{23}{11} \right]$$

$$10 \quad \begin{cases} (x-5)(x+5) - (x+1)^2 \leq 3x(x-2) - x(3x+1) \\ \frac{x^2-4x+4}{3} < 0 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$11 \quad \begin{cases} \frac{3}{x-2} + 1 \leq \frac{3x+4}{2x-4} \\ x^2 - 5x + 6 \leq 0 \end{cases} \quad [2 < x \leq 3]$$

$$12 \quad \begin{cases} \frac{3x-1}{x+3} < 1 \\ x^2 - 2x \geq 0 \end{cases} \quad [-3 < x \leq 0]$$

$$13 \quad \begin{cases} (x-3)^2 + 2x + 4 \leq x(x+1) - 3 \\ \frac{x-5}{3-x} \geq 0 \\ \frac{x+5}{4} - \frac{3}{2} > \frac{1}{6} \end{cases} \quad \left[\frac{16}{5} \leq x \leq 5 \right]$$

$$14 \quad \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \leq 0 \\ \frac{(x-1)^2}{3} + 2x - 5 > \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4 \\ \frac{x-2}{3(x-3)} < 0 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$15 \quad \begin{cases} \frac{3x+1}{x^2-3x} - \frac{4}{3-x} \leq \frac{2}{x} \\ \frac{x^2-6x+9}{2} \geq 0 \\ \frac{3-5x}{2x} < 0 \end{cases} \quad \left[x \leq -\frac{7}{5} \vee \frac{3}{5} < x < 3 \right]$$

ESERCIZI IN PIÙ

I SISTEMI NUMERICI

Risolvi con il metodo di sostituzione i seguenti sistemi.

$$1 \quad \begin{cases} (y-x)[1+(y+x)] + (x+1)^2 - 6 = -(x^2 - y^2) + (x-2)(x+2) \\ 2(2x+3y) - 3(x-5y) = 1 \end{cases} \quad [(1; 0)]$$

$$2 \quad \begin{cases} x - (x-1)(1+y) = y+2+1-x-x(1+y) \\ y(1+x^2) + 3x + x^2 = x^2y + (1+x)^2 + 4y - 13 \end{cases} \quad \left[\left(1; \frac{13}{3} \right) \right]$$

$$3 \quad \begin{cases} \frac{1}{2}(x-3) - \frac{y-2x}{2} = x-1 \\ 2(x-y) - \frac{1}{3}\left(x - \frac{y}{2}\right) + \frac{17}{6} = \frac{15-x}{3} - \frac{1}{6}(1-y) \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$4 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}(y+1) + y - 3 = \frac{1}{2}(x+1) - \frac{1}{3}(x-y) \\ \frac{y-3-x}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}(x+1) \end{cases} \quad [(-1; 3)]$$

Risolvi con il metodo del confronto i seguenti sistemi, dopo aver stabilito se ognuno di essi è determinato, impossibile o indeterminato.

$$5 \quad \begin{cases} -5x - 4[x-y+(y-2)(y+2)] = -4y^2 + 11 \\ 3(3x-2y-2) + x^2 - 3 = (x-3)(x+3) + 6 \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$6 \quad \begin{cases} 2(x-y) + x + (x+2)^2 = x(x-1) + x+4 \\ 3(y-7x) = (y+x)^2 - y - 13 - (x-y)^2 - 4xy \end{cases} \quad \left[\left(\frac{13}{7}; \frac{13}{2} \right) \right]$$

$$7 \quad \begin{cases} (x-2y)^2 - (x-y)^2 - y(3y-2x) = x+y-2 \\ \frac{2x-y}{3} - \frac{x+2y}{6} - \frac{x-y}{2} = 0 \end{cases} \quad [(2; 0)]$$

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di riduzione, dopo aver stabilito, per ciascuno, se è determinato, indeterminato o impossibile.

$$8 \quad \begin{cases} 6 + (2x-1)(1+y) + 2y - 1 = y(2x-1) \\ 16(x-1) + 12(y+1) + 24[(x+y)-1] = 8(2y-1) \end{cases} \quad [(3; -5)]$$

$$9 \quad \begin{cases} \frac{1}{5} \left[(x+y)(2+x) - x^2 - \frac{1}{2} - y(1+x) \right] = \frac{-y}{2} \\ \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \end{cases} \quad [(2; -1)]$$

$$10 \quad \begin{cases} 2(x-y) = 2-x \\ 2(x+y)^2 + x + (x+y-1) = 2x + 2(x^2 + y^2 + 2xy) + y + 1 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$11 \quad \begin{cases} 2(3x - 2y) - 4x = 2(x - 6y) \\ 1 - 2y^2(x^2 - y^2) - (x^2 - y^2)^2 = (y^2 - x^2)(x^2 + y^2) + 1 \end{cases}$$

[indeterminato]

$$12 \quad \begin{cases} x - (x - y)(1 + y) = y^2 + 1 - x - x(1 + y) \\ y(1 + x^2) + 3x + x^2 = x^2y + (1 + x)^2 + 4y - 13 \end{cases}$$

 $\left[\left(-\frac{9}{7}, \frac{25}{7} \right) \right]$

$$13 \quad \begin{cases} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{2} + y \right) (1 - x) + \frac{x^2}{2} \right] = 1 - \frac{xy}{2} \\ \frac{1}{4} (3x - 11) + y = 0 \end{cases}$$

 $\left[\left(3; \frac{1}{2} \right) \right]$