4 A LICEO CLASSICO

Nei 3 files che si trovano nella presente cartella ci sono gli esercizi per l'estate:

A) Gli studenti con sospensione del giudizio svolgeranno tutti gli esercizi assegnati

B) Gli studenti con aiuto in matematica svolgeranno il 60% degli esercizi riportati sulle schede (per comodità se ne possono svolgere 3 ogni 5!!)

C) Gli studenti normalmente promossi a giugno in matematica svolgeranno il 25% degli esercizi riportati sulle schede (per comodità svolgerne 1 ogni 4!!).

Chiedo gentilmente di svolgere i compiti su un quaderno apposito.

Grazie.

Il docente

Francesco Persico

Risolvi le seguenti equazioni.

53 $(n+1)! - 2n! = 4n!$ $[n = 5]$

54 $n! - 4(n-1)! = 10(n-1)!$ $[n = 14]$

55 $(n+2)! - 4(n+1)! = 4(n+1)!$ $[n = 6]$

56 $(n+3)! - (n+2)! = 9(n+2)!$ $[n = 7]$

57 $(n+1)! - n! = 16(n-1)!$ $[n = 4]$

58 $4(n+1)! - 8(n-1)! = 35n!$ $[n = 8]$

59 Si sa che le disposizioni di n elementi in 2 posti sono 132. Quanto vale n? $[n = 12]$

Problemi su disposizioni e permutazioni

60 ESERCIZIO GUIDATO

a. In quanti modi diversi possono essere sistemati su una libreria 6 libri, scelti tra 10, a disposizione?

b. Abbiamo 8 palline, di colori tutti diversi tra loro, e altrettante scatole numerate da 1 a 8. In quanti modi si possono disporre le 8 palline nelle 8 scatole, in modo che ogni scatola contenga esattamente una pallina?

c. Quanti numeri di 4 cifre, tutte dispari, si possono scrivere?

d. Quanti anagrammi, anche privi di significato, si possono costruire con la parola «canotto»?

---

a. Si tratta di disporre 10 libri in 6 posti, quindi il numero totale di disposizioni possibili è dato da:

$D_{10,6} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

b. Disporre le palline nelle scatole equivale a definire un *ordinamento* delle 8 palline, in modo che la *prima* pallina sia inserita nella scatola 1, la seconda pallina sia inserita nella scatola 2, e così via... Quindi il numero totale di modi di disporre le palline è:

$P_8 = 8! = \ldots$

c. I numeri descritti si possono assimilare alle *disposizioni con ripetizione* dei cinque numeri 1, 3, 5, 7, 9 in quattro posti; quindi sono in totale:

$D^*_{5,4} = 5^4 = \ldots$

d. Il problema equivale a calcolare il numero di *permutazioni* di 7 lettere, di cui la «o» è *ripetuta* 2 volte, la «t» è *ripetuta* 2 volte mentre le rimanenti compaiono una sola volta. Il numero totale di anagrammi è dunque:

$$\frac{7!}{2!2!} = \ldots\ldots$$

61 In quanti modi quattro insegnanti possono coprire due ore di lezione in una classe (possono esserci anche due ore dello stesso insegnante)? [16]

62 In una società di 30 persone si devono eleggere un coordinatore, un segretario e un tesoriere. Quante sono le scelte possibili? [24 360]

63 Lanciando un dado per 5 volte consecutive, quante sono le possibili sequenze ordinate di numeri che si possono ottenere? $[6^5]$

64 Quante diverse classifiche finali può avere una gara ciclistica alla quale partecipano 8 atleti (escludendo che ci siano *ex-aequo*)? [40 320]

65 Trova il numero di anagrammi della parola «remo». [24]

66 Trova il numero di anagrammi della parola «Milano». [720]

67 Trova il numero di anagrammi della parola «Toronto». [420]

68 Trova il numero di anagrammi della parola «Sandra». [360]

69 In un cinema, una fila di poltrone ha 20 posti. Arrivano solo 6 persone a sedersi su quella fila. In quanti modi possono disporsi? [27 907 200]

70 In quanti modi si possono sistemare quattro ospiti in un albergo che ha cinque stanze singole libere? [120]

71 Quanti numeri di 6 cifre, tutte pari e diverse da zero, si possono scrivere? [4096]

118 Quanti sono i sottoinsiemi di 3 elementi dell'insieme $E = \{a, b, c, d, e\}$? [10]

119 Un professore decide di interrogare a caso 4 studenti in una classe di 20 studenti. Quanti diversi insiemi di studenti può interrogare? [4845]

120 In quanti modi diversi è possibile scegliere i due rappresentanti degli studenti in una classe di 24 alunni? [276]

121 A un'estrazione del lotto vengono estratti i numeri 5, 6, 8, 60, 74. Verifica che gli ambi vincenti (cioè gli ambi che si possono formare con i numeri estratti) sono tanti quanti i terni vincenti. [10]

122 Quanti diversi incontri di pugilato possono essere organizzati tra 6 pugili? [15]

123 Calcola il numero di strette di mano che possono scambiarsi 8 persone, nell'ipotesi che ciascuno stringa la mano una e una sola volta a tutti gli altri. [28]

124 Una scuola organizza dei corsi pomeridiani di approfondimento in italiano, inglese, matematica, elettronica, informatica e scienze. Se uno studente vuole seguire solo 3 corsi, in quanti modi può sceglierli? [20]

125 Quante coppie non ordinate (ambi) puoi formare con i 90 numeri del lotto? [4005]

126 Quante terne non ordinate (terni) puoi formare con i 90 numeri del lotto? [117 480]

127 Considera cinque punti distinti del piano A, B, C, D, E. Quanti segmenti distinti esistono aventi come estremi due dei cinque punti A, B, C, D, E? [10]

128 Quante sono le diagonali di un poligono avente 10 lati? [35]

129 Considera un pentagono $ABCDE$.

a. Quanti triangoli distinti esistono aventi come vertici tre dei vertici del pentagono?

b. Quanti quadrilateri distinti esistono aventi come vertici quattro dei vertici del pentagono?

[a. 10; b. 5]

130 I 20 membri di uno sci club decidono di mandare una delegazione di 5 di loro a disputare una gara.

a. Quante delegazioni diverse sono possibili?

b. Supposto che debbano fare parte della delegazione il presidente e il vicepresidente dello sci club, che fanno parte dei 20 membri, quante delegazioni sono possibili? [a. 15 504; b. 816]

131 ESERCIZIO GUIDATO

I 21 studenti di una classe devono essere divisi in 3 gruppi di 7 studenti, ciascuno dei quali lavorerà indipendentemente a una ricerca. In quanti modi diversi si possono costruire i tre gruppi?

- Osserva che:
  - il primo gruppo di studenti può essere scelto in $\binom{21}{\dots}$ modi
  - il secondo gruppo di studenti può essere scelto in $\binom{\dots}{7}$ modi
  - il terzo gruppo dovrà essere costituito dagli studenti rimanenti
- Per il principio fondamentale del calcolo combinatorio, le scelte possibili sono in tutto:

$$\binom{21}{\dots} \cdot \binom{\dots}{7} = \dots\dots$$

[399 072 960]

132 Un equipaggio di un treno è costituito da due macchinisti, un capotreno e un bigliettaio. In una certa unità operativa sono in forza 50 macchinisti, 30 capotreno e 80 bigliettai. Quanti equipaggi diversi si possono formare con il personale di quel compartimento? [2 940 000]

133 Due sposi devono scegliere quattro testimoni per il loro matrimonio: due per lui e due per lei. La sposa può scegliere tra 12 amici, lo sposo tra 10. In quanti modi possibili i due sposi possono scegliere i quattro testimoni? [2970]

134 In una compagnia di alpini sono a disposizione 4 ufficiali, 8 sottoufficiali e 20 soldati. In quanti modi si può scegliere un plotone da mandare a una manifestazione se questo deve essere costituito da 1 ufficiale, 2 sottoufficiali e 10 soldati? [20 692 672]

135 In una scuola vi sono 18 insegnanti di materie scientifiche e 30 insegnanti di materie letterarie. In quanti modi si può costituire una commissione di cinque professori, due di materie scientifiche e tre di materie letterarie? [621 180]

136 Un lotto di 15 telefoni cellulari ne contiene 3 difettosi. Viene scelto a caso un campione di 4 telefoni tra i 15 del lotto. Quanti dei possibili campioni contengono almeno un pezzo difettoso? [870]

137 Supponiamo di estrarre 5 carte (una mano) da un mazzo di 32 carte: quante mani contengono almeno tre fanti? [1540]

106 $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2x} = \left(-\frac{4}{3}\right)^{-2}$ $[-1]$

107 $2^{2x}\cdot 4^{x+1} = 16$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

108 $3^{x+1}\cdot\sqrt{3} = 3^{-x}$ $\left[-\frac{3}{4}\right]$

109 $e^{\frac{x-1}{x-2}} = 1$ $[1]$

110 $e^{\frac{1}{x}} = \sqrt{e}$ $[2]$

111 $5^{\frac{x-2}{2}} = \sqrt{5}$ $[3]$

112 $\frac{1}{3^x} = 9\sqrt{3}$ $\left[-\frac{5}{2}\right]$

113 $8^{2x} = \frac{2^3\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$ $\left[\frac{19}{36}\right]$

114 $8^{x^2-2x} = \frac{1}{2}$ $\left[\frac{3\pm\sqrt{6}}{3}\right]$

115 $2^{5-x^2} = 8$ $[\pm\sqrt{2}]$

116 $(0{,}25)^x = \sqrt{2}$ $\left[-\frac{1}{4}\right]$

117 ESERCIZIO SVOLTO

Risolviamo l'equazione $\sqrt{2^{2-x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4^{x+1}}}$.

$\sqrt{2^{2-x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4^{x+1}}}$	Equazione da risolvere
$2^{\frac{2-x}{2}} = 4^{-\frac{x+1}{3}}$	Definizione di potenza con esponente razionale
$2^{\frac{2-x}{2}} = (2^2)^{-\frac{x+1}{3}}$	Riscrivendo 4 come potenza di 2
$2^{\frac{2-x}{2}} = 2^{-\frac{2x+2}{3}}$	Proprietà della potenza di potenza
$\frac{2-x}{2} = -\frac{2x+2}{3}$	Uguagliando gli esponenti
$6-3x = -4x-4$	Moltiplicando i due membri per 6
$x = -10$	

118 $\sqrt{2^x}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2^{2-x}}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}$ $\left[\frac{9}{5}\right]$

119 $\sqrt{2^x}\cdot 8^x = \frac{1}{16}$ $\left[-\frac{8}{7}\right]$

120 $\pi^x = \frac{1}{\pi^{2x}}$ $[0]$

121 $4^x\cdot\sqrt{2^{x-1}} = \sqrt[3]{16}$ $\left[\frac{11}{15}\right]$

122 $\frac{\sqrt[3]{5^x\cdot 5^{2-x}}}{\sqrt{5^{x+1}}} = 25\sqrt[3]{5}$ $\left[-\frac{13}{3}\right]$

123 $2^{x+2}\cdot\sqrt{2} = \frac{1}{2^{1-x}\cdot\sqrt[3]{2}}$ [Impossibile]

124 $3^{x-1}\cdot\sqrt{3} = \frac{1}{3^x\cdot\sqrt[3]{3}}$ $\left[\frac{1}{12}\right]$

125 $4^{\frac{x-1}{x+2}} = \sqrt{2^{\frac{1}{x^2-4}}}$ $\left[\frac{3\pm\sqrt{2}}{2}\right]$

126 $2^{\frac{1}{x}} = \sqrt[3]{2^x}$ $[\pm\sqrt{3}]$

127 $2^{x-1}\cdot 2^{x+1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ $\left[-\frac{1}{6}\right]$

128 ESERCIZIO SVOLTO

Risolviamo l'equazione $5^{x+1} + 20\cdot 5^x = 3^{x+3} - 2\cdot 3^{x+2}$.

$5^{x+1} + 20\cdot 5^x = 3^{x+3} - 2\cdot 3^{x+2}$	Equazione da risolvere
$5^x\cdot(5+20) = 3^x\cdot(3^3 - 2\cdot 3^2)$	Raccogliendo 5^x al 1° membro e 3^x al 2° membro
$5^x\cdot 25 = 3^x\cdot 9$	Svolgendo i calcoli nelle parentesi tonde
$\left(\frac{5}{3}\right)^x\cdot 25 = 9$	Dividendo i due membri per 3^x, sicuramente $\neq 0$
$\left(\frac{5}{3}\right)^x = \frac{9}{25}$	Dividendo i due membri per 25
$\left(\frac{5}{3}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$	Riscrivendo il numero al 2° membro come potenza di $\frac{5}{3}$
$x = -2$	Uguagliando gli esponenti.

129 $3^{x+2}+7\cdot 3^{x}=4^{x+1}+5\cdot 4^{x}$ [2]

130 $2^{x+2}-2^{x+1}=3^{x+2}-2\cdot 3^{x+1}$ [−1]

131 $2^{x}+2^{x+1}=3\cdot 2^{3-x}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

132 $5^{x}\cdot 9-5^{x+1}=5^{2x+1}\cdot 4$ [−1]

133 $2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x}=7\cdot 2^{3-x}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

134 $\frac{1}{4}(3^{x}+3^{x+1})=\sqrt{3^{1-x}}$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

135 $2^{x+1}+2^{x+3}=20\sqrt{2^{x-5}}$ [−3]

Equazioni riconducibili a equazioni elementari mediante sostituzioni

136 ESERCIZIO SVOLTO

Risolviamo l'equazione $3^{2x+1}-8\cdot 3^{x}-3=0$.

Poniamo $3^{x}=t$. Osserviamo che il primo termine dell'equazione, 3^{2x+1}, si può riscrivere in funzione di t nel seguente modo:

$3^{2x+1}=3^{2x}\cdot 3=(3^{x})^{2}\cdot 3=t^{2}\cdot 3=3t^{2}$

Quindi l'equazione data diventa: $3t^{2}-8t-3=0$.

$$t=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^{2}-3\cdot(-3)}}{3}=\frac{4\pm\sqrt{25}}{3}=\frac{4\pm 5}{3}\Rightarrow t=-\frac{1}{3}\ \vee\ t=3$$

Ora rimpiazziamo 3^{x} al posto di t e risolviamo le equazioni ottenute:

- $3^{x}=-\frac{1}{3}$ è impossibile
- $3^{x}=3\ \Rightarrow\ x=1$

137 Completa la seguente tabella, seguendo i passi suggeriti nella prima colonna e utilizzando l'esempio svolto nella seconda.

Passi del procedimento	Risolvere l'equazione: $2^{2x+1}-2^{x+2}+2^{x}+1=0$	Risolvere l'equazione: $4^{x}+2^{x}-2^{x+3}-8=0$
Poni $2^{x}=t$ e trasforma l'equazione data in un'equazione in t.	Osserviamo che $2^{2x+1}=2^{2x}\cdot 2=(2^{x})^{2}\cdot 2=2t^{2}$ $2^{x+2}=2^{x}\cdot 2^{2}=2^{x}\cdot 4=4t$ quindi l'equazione diventa $2t^{2}-4t+t+1=0$	Osserviamo che $4^{x}=(2^{2})^{x}=(2^{x})^{2}=t^{2}$ $2^{x+3}=2^{x}\cdot 2^{...}=2^{x}\cdot .....=.....t$ quindi l'equazione diventa .... $=0$
Risolvi l'equazione in t ottenuta.	$2t^{2}-4t+t+1=0\Rightarrow$ $\Rightarrow 2t^{2}-3t+1=0\Rightarrow t=\frac{1}{2}\vee t=1$	.... $=0\Rightarrow$ .... $=0\Rightarrow$ $\Rightarrow t=-1\vee t=$ .....
«Ritorna» alla variabile x.	$2^{x}=\frac{1}{2}\vee 2^{x}=1\Rightarrow$ $\Rightarrow 2^{x}=2^{-1}\vee 2^{x}=2^{0}\Rightarrow x=-1\vee x=0$	$2^{x}=-1\vee 2^{x}=$ ..... La prima equazione è .... La seconda ha come soluzione $x=$ .....

Risolvi le seguenti equazioni.

138 $2^{x}+2^{x+2}=20$ [2]

139 $25\cdot 5^{x-2}+5^{x+1}=6$ [0]

140 $2^{x+3}-2^{x+2}+2^{x}=\frac{5}{8}$ [−3]

141 $3^{x-1}+3^{x}=12$ [2]

142 $3^{x+2}-3^{x+1}=2$ [−1]

143 $2^{2x}-7\cdot 2^{x}-8=0$ [3]

144 $5^{2x}+4\cdot 5^{x-1}-\frac{1}{5}=0$ [−1]

145 $9^{x}-3^{x-1}=3^{x+1}-1$ [−1, 1]

146 $4^{x+1}+2^{x+2}-2^{x}-1=0$ [−2]

147 $5-4\cdot 2^{-x}-2^{x}=0$ [0, 2]

148 $5^{2x}-5^{x+2}+5^{x+1}-125=0$ [2]

149 $3^{-x}+3^{x}=\frac{10}{3}$ [−1, 1]

150 $10^{x}-10^{x+1}=10$ [Impossibile]

151 $3^{2x}-2\cdot 3^{x+\frac{1}{2}}-9=0$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

244 ESERCIZIO SVOLTO

Risolviamo le disequazioni:

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} < -2$ b. $4^x \cdot 16 \geq 2^{2-x} \cdot \sqrt{2}$ c. $\left(\frac{1}{5}\right)^x \geq \frac{1}{25}$

a. La disequazione è impossibile perché una potenza con base positiva (quale quella al primo membro) è sempre positiva, quindi non può mai essere minore di -2.

b. Riscriviamo i due membri sotto forma di potenze con base 2, quindi passiamo alla disuguaglianza tra gli esponenti:

$$4^x \cdot 16 \geq 2^{2-x} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow 2^{2x} \cdot 2^4 \geq 2^{2-x} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{2x+4} \geq 2^{2-x+\frac{1}{2}} \Rightarrow 2x+4 \geq 2-x+\frac{1}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x+8 \geq 4-2x+1 \Rightarrow 6x \geq -3 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

c. Procediamo similmente al caso precedente, scrivendo i due membri come potenze di base $\frac{1}{5}$. Poiché la base è minore di 1, passando alla disuguaglianza tra gli esponenti bisognerà ricordare di *cambiare il verso* della disequazione:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x \geq \frac{1}{25} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x \geq \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow x \leq 2$$

Risolvi le seguenti disequazioni.

245 $4^x \leq 0$ [Impossibile]

246 $\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$ $\left[x \leq \frac{2}{3}\right]$

247 $\left(\frac{9}{4}\right)^x > \frac{3}{2}$ $\left[x > \frac{1}{2}\right]$

248 $2^{-x} \cdot \sqrt{2} \leq 1$ $\left[x \geq \frac{1}{2}\right]$

249 $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^x} > \frac{1}{16}$ $[x < 8]$

250 $3^x \cdot 81 \geq 3^{2-x}$ $[x \geq -1]$

251 $\left(\frac{1}{4}\right)^x > \frac{1}{2}$ $\left[x < \frac{1}{2}\right]$

252 $6^x < \sqrt{6}$ $\left[x < \frac{1}{2}\right]$

253 $\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 4^{2x} < \sqrt{2}$ $\left[x < \frac{1}{6}\right]$

254 $2^{3x-1} > 4$ $[x > 1]$

255 $3^{x^2-1} \leq -\frac{1}{3}$ [Impossibile]

256 $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x} > \frac{1}{4}$ $[x > 1]$

257 $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-7} \geq \frac{9}{4}$ $[x \leq -3 \vee x \geq 3]$

258 $5^{2x} \leq \left(\frac{1}{25}\right)^{x-3}$ $\left[x \leq \frac{3}{2}\right]$

259 $4^x - 2^{x+3} > 0$ $[x > 3]$

260 $\sqrt{2^x} > 4^{\frac{1}{x}}$ $[-2 < x < 0 \vee x > 2]$

261 $(0,25)^{x^2-3x} \geq 16$ $[1 \leq x \leq 2]$

262 $\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{2}{x}} \leq \frac{4}{5}$ $[-2 \leq x < 0]$

263 $\sqrt{2^x} \leq 2^{\sqrt{x}}$ $[0 \leq x \leq 4]$

264 $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2+2x} \geq \frac{16}{9}$ [Impossibile]

265 $2^{x+3} \geq \frac{16}{2^{x-2}}$ $\left[x \geq \frac{3}{2}\right]$

266 $\frac{5^x}{2\sqrt{2}} < \frac{2^{x-1}}{\sqrt{5}}$ $\left[x < -\frac{1}{2}\right]$

267 ESERCIZIO GUIDATO

Risolvi la disequazione $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 \geq 0$.

- Poni $3^x = t$; la disequazione diventa così:
  $t^2 - 8t - 9 \geq 0$
- Risolvendo questa disequazione troverai che essa è soddisfatta per:
  $t \leq -1 \vee t \geq$ .....
- Ritorna ora alla variabile x, sostituendo 3^x al posto di t, e risolvi in x le disequazioni che si ottengono:
  $3^x \leq -1 \vee 3^x \geq$ .....

  La prima disequazione non ha soluzioni perché ...., mentre la seconda è soddisfatta per ....
- Pertanto la disequazione originaria è soddisfatta per .... $[x \geq 2]$

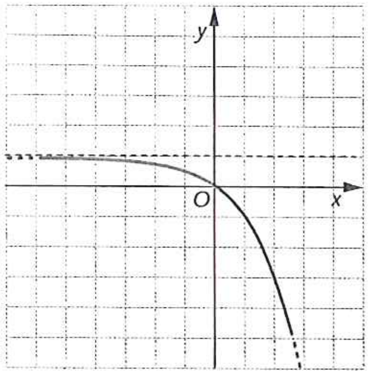
336 Il grafico qui a fianco è quello di:

A $y = 2^{-x} - 1$

B $y = 2^{x} - 1$

C $y = 1 - 2^{-x}$

D $y = 1 - 2^{x}$



Traccia il grafico delle seguenti funzioni esponenziali.

337 $y = 2^x - 1$

338 $y = e^{x+2}$

339 $y = 1 - 2^{-x}$

340 $y = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$

341 $y = \frac{1}{2^{x+3}}$

342 $y = -e^{x-2}$

343 **Caccia all'errore.**
Paolo risolve alcune equazioni esponenziali ma commette **gravi errori.** Individuali e correggili.

a. $2^x = -2 \Rightarrow 2^x = 2^{-1} \Rightarrow x = -1$

b. $2^{x+1} = 1 \Rightarrow 2^x + 1 = 1 \Rightarrow 2^x = 0 \Rightarrow$ l'equazione è impossibile

c. $3^{x+1} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

d. $(3^x)^2 = 9 \Rightarrow 3^{x^2} = 3^2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

e. $3^{2x} + 3^x = 0 \Rightarrow 3^{2x} = -3^x \Rightarrow 3^{2x} = 3^{-x} \Rightarrow 2x = -x \Rightarrow x = 0$

344 **Inventa tu.** Scrivi:

a. un'equazione esponenziale impossibile;

b. un'equazione esponenziale che abbia come unica soluzione $x = 2$.

345 **Inventa tu.** Scrivi:

a. un'equazione esponenziale che abbia come unica soluzione $x = 0$;

b. un'equazione esponenziale che abbia come soluzioni $x = 0$ e $x = 2$.

Risolvi le seguenti equazioni.

346 $3^{2x-1} = 9$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

347 $3^{1+\frac{1}{x}} = 0$ [Impossibile]

348 $8^{x^2-2x} = \frac{1}{2}$ $\left[\frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}\right]$

349 $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-x} = 9$ [6]

350 $2^{x^3} = 4^x$ $[0, \pm\sqrt{2}]$

351 $5^{\frac{x^2-1}{x+2}} = 25$ $[1 \pm \sqrt{6}]$

352 $e^{-\frac{1}{x^2}} = 1$ [Impossibile]

353 $5^{2x-1} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

354 $5^{2x-1} = \frac{1}{5^{x-2}}$ [1]

355 $(3^{2x-1})^2 = 9^{x+1}$ [2]

356 $10^x + 10^{x+1} = \frac{11}{10}$ [−1]

357 $\sqrt{2^{x-3}} = \frac{1}{4^{x+5}}$ $\left[-\frac{17}{5}\right]$

358 $e^{2x} - e^x = 0$ [0]

359 $(4^{2x} - 1)(2^{x+1} - 4^x) = 0$ [0, 1]

360 $(8^x - 2^{-x+1})(5^{2x} - 5\sqrt{5}) = 0$ $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$

361 $10^{2x} - 10^{x-1} = 10^{x+2} - 10$ [−1, 2]

362 $\frac{2^x - 1}{2^x + 1} = -\frac{1}{3}$ [−1]

363 $\left(e^x - \frac{1}{e}\right)(e^{2x} - \sqrt{e}) = 0$ $\left[-1, \frac{1}{4}\right]$

364 $3^{x-2} \cdot 9^x = \frac{1}{3^x} \cdot (3^{1-x})^2$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

365 $\frac{1}{2^{x^2-2x}} = 4^{2x}$ [−2, 0]

366 $e^{-x^2+3x} \cdot e^x = \frac{1}{e^2}$ $[2 \pm \sqrt{6}]$

Semplificazione di espressioni

95 ESERCIZIO GUIDATO

Scrivi sotto forma di un unico logaritmo l'espressione $\log 2 - \frac{1}{2}\log 3 + \log 6$.

$\log 2 - \frac{1}{2}\log 3 + \log 6 = \log 2 - \log\sqrt{\dots} + \log 6 =$ — Ricorda che $c \cdot \log_a b = \log_a (b^c)$

$= \log \frac{2}{\sqrt{\dots}} + \log 6 =$ — Ricorda che $\log_a b - \log_a c = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$

$= \log\left(\frac{2}{\sqrt{\dots}} \cdot 6\right) =$ — Ricorda che $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$

$= \log (4\sqrt{3})$ — Razionalizzando

Scrivi sotto forma di un unico logaritmo le seguenti espressioni. Supponi che le variabili assumano valori per cui gli argomenti di tutti i logaritmi sono positivi.

96 $\log_2 3 + \log_2 6$ $[\log_2 18]$

97 $\log_2 10 - \log_2 5$ $[1]$

98 $2\log 2 + \log 3$ $[\log 12]$

99 $2\log_3 6 - \log_3 4$ $[2]$

100 $\log 400 - 2\log 2$ $[2]$

101 $\log 500 + \frac{1}{2}\log 4$ $[3]$

102 $\frac{1}{3}\log 8 + \log\frac{1}{200}$ $[-2]$

103 $\ln(4e^5) - \ln(e^2) - 2\ln 2$ $[3]$

104 $\log 400 - 2\log 5 - \frac{1}{2}\log 4$ $[\log 8]$

105 $\log_3 600 - 2\log_3 2 - \frac{1}{2}\log_3 25 + \log_3\frac{3}{10}$ $[2]$

106 $2\log 4 - \log 2 + \log 8 - \log 16$ $[\log 4]$

107 $\frac{3}{2}\log 3 - \log 9$ $\left[\log\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

108 $\log 5 - \log\sqrt{5} + \frac{1}{4}\log 25 - \frac{3}{2}\log\sqrt[3]{5}$ $[\log\sqrt{5}]$

109 $1 + \log\sqrt{10} - \frac{1}{3}\log 10 - \log\sqrt[6]{10}$ $[\log 10]$

110 $7\ln x - \ln y$ $\left[\ln\frac{x^7}{y}\right]$

111 $8\ln(x+5) - 4\ln x$ $\left[\ln\frac{(x+5)^8}{x^4}\right]$

112 $\frac{1}{2}(\log x + \log y) - 2\log(x-y)$ $\left[\log\frac{\sqrt{xy}}{(x-y)^2}\right]$

113 $\log(x-y) + \log(x+y) - \log(x^2 - 2xy + y^2)$ $\left[\log\frac{x+y}{x-y}\right]$

114 ESERCIZIO GUIDATO

Supposto $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$, scrivi $\log(xy^4z^3)$ sotto forma di somme algebriche di logaritmi di x, y e z.

$\log(xy^4z^3) = \log x + \log y^4 + \dots =$ — Ricorda che $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

$= \log x + \dots \log y + \dots \log z$ — Ricorda che $\log_a(b^c) = c \cdot \log_a b$

Supposto $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$, scrivi sotto forma di somme algebriche di logaritmi di x, y o z i seguenti logaritmi.

115 $\log(xy^2)$ $[\log x + 2\log y]$

116 $\log\frac{x^3}{y}$ $[3\log x - \log y]$

117 $\log(2x^2y)$ $[\log 2 + 2\log x + \log y]$

118 $\log(y\sqrt[3]{z})$ $\left[\log y + \frac{1}{3}\log z\right]$

119 $\log\frac{x}{\sqrt{y}}$ $\left[\log x - \frac{1}{2}\log y\right]$

120 $\log\sqrt{\frac{xy}{z}}$ $\left[\frac{1}{2}(\log x + \log y - \log z)\right]$

121 $\log\frac{\sqrt[3]{xy}}{\sqrt{z^3}}$ $\left[\frac{1}{3}\log x + \frac{1}{3}\log y - \frac{3}{2}\log z\right]$

122 $\log\frac{\sqrt{x}}{y\sqrt[3]{z}}$ $\left[\frac{1}{2}\log x - \log y - \frac{1}{3}\log z\right]$

123 $\log\frac{1}{xy\sqrt{z}}$ $\left[-\log x - \log y - \frac{1}{2}\log z\right]$

124 $\log\frac{x}{\sqrt{y}\cdot\sqrt[3]{z}}$ $\left[\log x - \frac{1}{2}\log y - \frac{1}{3}\log z\right]$

266 Sapendo che $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ e $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, calcola $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ e $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$. $\left[-\frac{3\sqrt{3}}{10} - \frac{2}{5}; \frac{2\sqrt{3}}{5} + \frac{3}{10}\right]$

267 Sapendo che $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ e $\sin\beta = \frac{3}{5}$, con $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, calcola $\sin(\alpha+\beta)$ e $\cos(\alpha-\beta)$. $\left[\frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{8}{15}; \frac{2}{5} - \frac{4\sqrt{5}}{15}\right]$

268 Sapendo che $\cos\alpha = -\frac{1}{8}$ e $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, calcola $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ e $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$. $\left[\frac{\sqrt{2} - 3\sqrt{14}}{16}; \frac{-\sqrt{2} - 3\sqrt{14}}{16}\right]$

269 Sapendo che $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ e $\sin\beta = \frac{2}{3}$, con $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, calcola:

$\sin(\alpha+\beta), \cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha-\beta), \cos(\alpha-\beta)$ $\left[\frac{4\sqrt{5} - 6}{15}; \frac{3\sqrt{5}+8}{15}; \frac{4\sqrt{5}+6}{15}; \frac{3\sqrt{5}-8}{15}\right]$

270 ESERCIZIO SVOLTO

Semplifichiamo la seguente espressione: $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$.

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) =$$
$$= \sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha + \cancel{\cos\frac{\pi}{6}} + \sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha - \cancel{\cos\frac{\pi}{6}}\sin\alpha = \quad \text{Formule di addizione}$$
$$= 2\sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha = 2\cdot\frac{1}{2}\cos\alpha = \cos\alpha$$

Semplifica le seguenti espressioni.

271 $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ [0]

272 $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$ [0]

273 $\cos(\alpha + 240°) + \sin(\alpha + 30°)$ [$\sqrt{3}\sin\alpha$]

274 $\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{6} - x\right)$ [$\cos x$]

275 $\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{13\pi}{6} - x\right)$ [$\sqrt{3}\sin x$]

276 $\cos(\alpha + 240°) + \sin(\alpha + 30°)$ [$\sqrt{3}\sin\alpha$]

277 $\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ [$\sin\alpha - \cos\alpha$]

278 $\sin(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) - \cos(\alpha-\beta)$ [$2\sin\alpha(\cos\beta - \sin\beta)$]

279 $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin\alpha$ $\left[\frac{1}{2}(\sin\alpha - \cos\alpha)\right]$

280 $\sin^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ $\left[\frac{1}{2} + \cos^2 x\right]$

Applicazioni delle formule di duplicazione

281 Ritrova i noti valori del seno e del coseno di 90°, osservando che $90° = 45° \cdot 2$ e utilizzando le formule di duplicazione.

282 Osservando che $120° = 2 \cdot 60°$ e utilizzando le formule di duplicazione, calcola le funzioni goniometriche di 120°. $\left[\sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 120° = -\frac{1}{2}, \tan 120° = -\sqrt{3}\right]$

283 ESERCIZIO SVOLTO

Calcoliamo le funzioni goniometriche di 2α, sapendo che $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ e $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Per utilizzare le formule di duplicazione, occorre conoscere seno e coseno di α.

Calcoliamo quindi anzitutto $\sin\alpha$.

$$\sin\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sqrt{1-\frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Poiché $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ è $\sin\alpha < 0$

Pertanto:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\cdot\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{1}{3} = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{1}{9}-\frac{8}{9} = -\frac{7}{9}$$

In base alla definizione di tangente:

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{-\frac{4\sqrt{2}}{9}}{-\frac{7}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

Calcola le funzioni goniometriche di 2α, in base alle informazioni assegnate.

284 $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ e $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ $\left[\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9};\ \cos 2\alpha = -\frac{7}{9};\ \tan 2\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$

285 $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ e $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ $\left[\sin 2\alpha = \frac{2}{9}\sqrt{14};\ \cos 2\alpha = -\frac{5}{9};\ \tan 2\alpha = -\frac{2}{5}\sqrt{14}\right]$

286 $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ e $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\left[\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9};\ \cos 2\alpha = \frac{7}{9};\ \tan 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$

287 ESERCIZIO SVOLTO

Esprimiamo in funzione di α l'espressione $\frac{1+\cos 2\alpha}{\cos\alpha}$ e semplifichiamola. Supponiamo che α assuma valori per cui tutte le espressioni che compaiono sono definite.

$\frac{1+\cos 2\alpha}{\cos\alpha} =$ Espressione data

$= \frac{1+2\cos^2\alpha - 1}{\cos\alpha} =$ Formula di duplicazione del coseno

$= \frac{2\cos^2\alpha}{\cos\alpha} = 2\cos\alpha$ Semplificando

Esprimi in funzione di α le seguenti espressioni, utilizzando anche le formule di duplicazione, e semplificale. Supponi che gli argomenti assumano valori tali per cui tutte le espressioni che compaiono sono definite.

288 $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha}$ $[\cos\alpha - \sin\alpha]$

289 $\frac{1-\sin 2\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$ $[\sin\alpha - \cos\alpha]$

290 $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha + 2\sin^2\alpha$ $[1+2\sin\alpha\cos\alpha]$

291 $\tan 2\alpha(1+\tan\alpha)(\sin\alpha - \cos\alpha)$ $[-2\sin\alpha]$

292 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ $\left[2\sqrt{2}\sin\alpha\cos\alpha\right]$

293 $\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)+\sqrt{3}\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}\sin 2\alpha$ $[6\cos^2\alpha - 3]$

294 $\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{4}-2\alpha\right)+2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)+2\sin^2\alpha$ $[2]$

295 $\sin 4\alpha$ (*Suggerimento*: $\sin 4\alpha = \sin[2(2\alpha)]$) $[8\sin\alpha\cos^3\alpha - 4\sin\alpha\cos\alpha]$

296 $\cos 4\alpha$ (*Vedi* il suggerimento dell'esercizio precedente) $[1-8\sin^2\alpha\cos^2\alpha]$

183 $\tan^2 x = -\tan x$ $\left[-\frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi\right]$

184 $2 \sin x \cos x - \sqrt{2} \sin x = 0$ $\left[k\pi, \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right]$

185 $6 \sin^2 x = -3\sqrt{3} \sin x$ $\left[k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\right]$

186 $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 3 = 0$ $[\pi + 2k\pi]$

187 $1 - \cos^2 x = 2 \sin x$ $[k\pi]$

188 $2 \cos x(2 \cos x - 1) = (2 \cos x - 1)^2$ $\left[\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$

189 $\tan^2 2x = \tan 2x$ $\left[\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k\frac{\pi}{2}\right]$

190 $(\tan x + 1)(\tan x - 1) = (\tan x - 1)^2$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

191 $(2 \cos x + 1)(2 \cos x - 1) = (2 \cos x + 1)^2$ $\left[\pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right]$

192 $3\sqrt{3} \sin x = -9 \cos x$ $\left[-\frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

193 $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi, \simeq 1{,}2 + k\pi\right]$

194 $2 \sin x \cos x + \sin x = 0$ $\left[k\pi, \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right]$

195 $2 \sin x \tan x + \sqrt{3} \tan x = 0$ $\left[k\pi, \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right]$

196 $1 - (1 + \cos x)^2 = \sin^2 x$ $\left[\pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right]$

197 $4 \cos^3 x = 5 \cos x$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

198 $4 \sin^2 x \cos x = 2 \cos x$ $\left[\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi, \pm\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

Risolvi le seguenti equazioni, ricordando le relazioni tra angoli associati.

199 $\sin(\pi - x) + \sin x = -1$ $\left[\frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\right]$

200 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos x = 1$ $\left[\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$

201 $\sin(\pi + x) + \cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1$ $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

202 $\sin x - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$ [Impossibile]

203 $\sqrt{2} \sin^2 x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ $\left[k\pi, \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{3\pi}{4} + 2k\pi\right]$

Risolvi le seguenti equazioni, ricordando le formule di addizione e sottrazione e di duplicazione.

204 $\sin 2x = \tan x$ $\left[k\pi, \pm\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

205 $\cos 2x + \sin^2 x = 0$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

206 $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right]$

207 $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$ $\left[-\frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{5\pi}{4} + 2k\pi\right]$

208 $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \sin x$ $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

164 L'equazione $\sin^2 x - 5\sin x + 6 = 0$:

A ha infinite soluzioni reali

B ha come soluzioni $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

C ha come soluzioni $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

D non ha alcuna soluzione reale

165 Quali sono le soluzioni dell'equazione $2\sin x = 0$?

A $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

B $x = k\pi$

C $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

D $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ e $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

166 Considera le due equazioni $\sin x = \frac{1}{2}$ e $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A Le due equazioni sono equivalenti.

B Le due equazioni non hanno alcuna soluzione in comune.

C I valori $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ sono soluzioni di entrambe le equazioni.

D I valori $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ sono soluzioni di entrambe le equazioni.

167 Quali sono le soluzioni dell'equazione $\cos^2 x + 2\cos x + 1 = 0$?

A $x = 2k\pi$

B $x = k\pi$

C $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

D $x = \pi + 2k\pi$

168 Considera l'equazione $\sin x = -\cos\frac{\pi}{4}$. Quali sono le sue soluzioni?

A $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

B $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

C $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

D $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \vee x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$

Risolvi le seguenti equazioni.

169 $3(\sin x + 1) = \sin x + 4$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right]$

170 $\sin^2 x = \sin x$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k\pi\right]$

171 $(2\sin x + 1)^2 = 4\sin x + 2$ $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi\right]$

172 $2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}$ $\left[\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right]$

173 $4(\sin x + 1) = 9$ [Impossibile]

174 $2\cos 2x - \sqrt{2} = 0$ $\left[\pm\frac{\pi}{8} + k\pi\right]$

175 $(2\cos x + 1)^2 = 1$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi, \pi + 2k\pi\right]$

176 $2\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 1$ $\left[\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi\right]$

177 $\tan^2 x + 3\tan x = 4$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi, \simeq -1{,}3 + k\pi\right]$

178 $\tan x = 2\cos\frac{\pi}{6}$ $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

179 $\sin x + \cos\frac{\pi}{2} = \tan\frac{3\pi}{4}$ $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

180 $2\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x = 0$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi, \pm\frac{3\pi}{4} + 2k\pi\right]$

181 $(\sin x + 1)^2 + \cos^2 x = 4$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

182 $(2\sin x - 3)(2\sin x + 3) = -8$ $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi\right]$